Краткие сообщения ОИЯИ №14-86 *JINR Rapid Communications No.14-86*
УДК 535.371

КОЛЛЕКТИВНОЕ СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ДВУХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЕ

Н.Н.Боголюбов /мл./, М.Т.Тураев, А.С.Шумовский,
В.И.Юкалов

Обнаружено, что при сверхизлучении в двухкомпонентной системе возникает новый эффект - осцилляция средней разности населенностей для каждой из компонент. Это приводит к появлению нескольких пиков излучения, чередующихся с резонансным поглощением.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Collective Spontaneous Radiation in Two-Component Two-Level System

N.N.Bogolubov, Jr., M.T.Turaev, A.S.Shumovsky,
V.I.Yukalov

It is found that there arises a new effect in two-component superradiant system - the oscillation of the mean difference of populations of levels in each of the component. This produces a number of radiation peaks alternating with the resonance absorption.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

В работах /1-4/ на основе метода иерархий кинетических уравнений подробно исследовались свойства сверхизлучательных систем с одной рабочей компонентой. Вместе с тем несомненный интерес представляет рассмотрение сверхизлучательных систем с двумя и более компонентами рабочего вещества. Свойства таких систем могут существенно отличаться от свойств однокомпонентных систем. Так, условия равновесного фазового перехода в многокомпонентной системе заметно отличаются от стандартного условия сильной связи в однокомпонентной системе /5,6/. В динамике может возникнуть конкуренция процессов сверхизлучения на разных компонентах. Безусловно, заметное влияние может оказать прямое взаимодействие диполей, относящихся к разным компонентам.

В настоящей работе мы рассмотрим двухуровневую двухкомпонентную сверхизлучательную систему, описываемую гамильтонианом вида

$$H = H_M + H_F + H_{int},$$

$$H_M = \sum_{a}\sum_{f} \hbar\omega^{(a)} R^{(a)}_{f3} + \sum_{ff'} J_{ff'} d^{(1)}_f d^{(2)}_{f'},$$

$$H_F = \sum_{k} \hbar\omega_k a^+_k a_k, \qquad /1/$$

$$H_{int} = \sum_{a,f,k} g^{(a)}_k \{R^{(a)}_{f+} a_k + R^{(a)}_{f-} a^+_k\},$$

соответствующим длинноволновому приближению. Здесь первый член описывает "материю" - диполи двух сортов /a = = 1,2/, прямое взаимодействие между которыми задается параметром связи $J_{ff'}$. Второй член описывает свободное электромагнитное поле. Наконец, третий член описывает взаимодействие диполей с полем излучения в приближении вращающейся волны. Для операторов дипольного момента $d^{(a)}_f = -id^{(a)}\sigma^{(a)}_{fy}$ использовано квазиспиновое представление, а операторы излучателей R представляют собой обычные комбинации операторов Паули:

$$R^{(a)}_{f3} = \frac{1}{2}\sigma^{(a)}_{fz}, \quad R^{(a)}_{f\pm} = (\sigma^{(a)}_{fx} \pm \sigma^{(a)}_{fy})/2.$$

Используя метод работы [1], нетрудно получить следующую точную иерархию кинетических уравнений для рассматриваемой модельной системы /1/ в случае спонтанной генерации:

$$\frac{d}{dt}\langle \mathcal{O}_t\rangle - \frac{i}{\hbar}\langle [H_M, \mathcal{O}_t]\rangle = \frac{1}{\hbar^2}\sum_{a,\beta}\sum_{k} g^{(a)}_k g^{(\beta)}_k \int_{t_0}^{t} d\tau \{e^{-i\omega_k(t-\tau)} \times$$

$$/2/$$

$$\times \langle [\sum_f R^{(a)}_{f+}(t), \mathcal{O}_t] \sum_{f'} R^{(\beta)}_{f'}(\tau)\rangle + e^{i\omega_k(t-\tau)} \langle \sum_f R^{(a)}_{f+}(\tau)[\mathcal{O}_t, \sum_{f'} R^{(\beta)}_{f'-}(t)]\rangle\}.$$

Здесь $\mathcal{O}_t$ - произвольный оператор в подсистеме излучателей. Заметим, что в случае одной компоненты ($a=\beta=1$) соотношение /2/ переходит в иерархию работы [4].

Воспользуемся простейшим вариантом так называемого нулевого приближения [4]. Положим

$$R^{(\alpha)}_{f\pm}(\tau) = R^{(\alpha)}_{f\pm}(t)\, e^{\mp i\omega^{(\alpha)}(t-\tau)}, \qquad /3/$$

где $\omega^{(\alpha)}$ - рабочая частота перехода для α- й компоненты. Теперь иерархия /2/ принимает вид:

$$\frac{d}{dt}\langle \mathcal{O}_t\rangle - \frac{i}{\hbar}\langle [H_M, \mathcal{O}_t]\rangle =$$

$$= \sum_{\alpha\beta}\sum_{f,f'} \gamma^{(\alpha\beta)}\{\langle R^{(\alpha)}_{f+}[\mathcal{O}_t, R^{(\beta)}_{f'+}]\rangle + \langle [R^{(\alpha)}_{f+}, \mathcal{O}_t]R^{(\beta)}_{f'+}\rangle\}, \qquad /4/$$

где кинетические коэффициенты γ имеют вид

$$\gamma^{(\alpha\beta)} = \frac{\pi}{\hbar^2}\sum_k g^{(\alpha)}_k g^{(\beta)}_k \{\delta(\omega_k - \omega^{(\alpha)}) + \delta(\omega_k - \omega^{(\beta)})\}.$$

Положим теперь $\mathcal{O}_t = R^{(\alpha)}_3 \equiv \sum_f R^{(\alpha)}_{f3}$ и будем для простоты считать число излучателей в каждой из компонент одним и тем же, равным N. Из /4/ имеем

$$\frac{d}{dt}\langle R^{(\alpha)}_3\rangle - \frac{i}{\hbar}\langle [H_M, R^{(\alpha)}_3]\rangle =$$

$$= -\gamma^{(\alpha\alpha)}\langle R^{(\alpha)}_+ R^{(\alpha)}_-\rangle - \sum_\beta \gamma^{(\alpha\beta)}\langle R^{(\alpha)}_+ R^{(\beta)}_-\rangle, \qquad /5/$$

где $R^{(\alpha)}_\pm \equiv \sum_f R^{(\alpha)}_{f\pm}$. Воспользуемся следующим операторным тождеством:

$$R^{(\alpha)}_+ R^{(\alpha)}_- = \frac{N}{2} - R^{(\alpha)}_3 - S^{(\alpha)}\ ; \quad S^{(\alpha)} \equiv \sum_{f\neq f'} R^{(\alpha)}_{f+}R^{(\alpha)}_{f'-}\ .$$

Имеем

$$\frac{d}{dt}\langle R^{(\alpha)}_3\rangle - \frac{i}{\hbar}\langle [H_M, R^{(\alpha)}_3]\rangle =$$

$$= -\gamma^{(\alpha\alpha)}\{\frac{N}{2} - \langle R^{(\alpha)}_3\rangle - \langle S^{(\alpha)}\rangle\} - \sum_\beta \gamma^{(\alpha\beta)}\langle R^{(\alpha)}_+ R^{(\beta)}_-\rangle\ . \qquad /6/$$

Для среднего $\langle S^{(\alpha)}\rangle$ из /4/ нетрудно получить следующее уравнение:

$$\frac{d}{dt}\langle S^{(\alpha)}\rangle = -2\langle R^{(\alpha)}_3\rangle \frac{d}{dt}\langle R^{(\alpha)}_3\rangle,$$

решение которого имеет вид $\langle S^{(\alpha)}\rangle = C^{(\alpha)} - \langle R_3^{(\alpha)}\rangle^2$, где $C^{(\alpha)}$ - квадрат начальной разности населенности рабочих уровней в α-й компоненте. Теперь /6/ принимает вид

$$\frac{d}{dt}\langle R_3^{(\alpha)}\rangle - \frac{i}{\hbar}\langle[H_M, R_3^{(\alpha)}]\rangle = \qquad /7/$$
$$= -2\gamma^{(\alpha\alpha)}\{\frac{N}{2} - C^{(\alpha)} - \langle R_3^{(\alpha)}\rangle + \langle R_3^{(\alpha)}\rangle^2\} - \gamma^{(\alpha\beta)}\langle R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}\rangle.$$

Дальнейшее исследование связано с определением "двухкомпонентного среднего", стоящего в правой части /7/, а также вклада за счет прямого взаимодействия. Рассмотрим прежде всего следующую возможность.

Прямое взаимодействие диполей отсутствует: $\forall f, f': J_{ff'} \equiv 0$. Для среднего в правой части /7/ воспользуемся расцеплением, согласующимся с /3/:

$$\langle R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}\rangle = \langle R_+^{(\alpha)}\rangle_0 \langle R^{(\beta)}\rangle_0\, e^{-i(\omega^{(\alpha)} - \omega^{(\beta)})}, \qquad /8/$$

где $\langle...\rangle_0$ - начальные значения соответствующих средних. Вместо /7/ имеем

$$\frac{d}{dt}\langle R_3^{(\alpha)}\rangle - \frac{i}{\hbar}\langle H_M, R_3^{(\alpha)}]\rangle = -2\gamma^{(\alpha\alpha)}\{\frac{N}{2} - C^{(\alpha)} - \langle R_3^{(\alpha)}\rangle + \qquad /9/$$
$$+ \langle R_3^{(\alpha)}\rangle^2\} - \gamma^{(\alpha\beta)}\langle R_+^{(\alpha)}\rangle_0 \langle R_-^{(\beta)}\rangle_0\, e^{-i(\omega^{(\alpha)} - \omega^{(\beta)})t}.$$

Так как при отсутствии прямого взаимодействия $\langle R_\pm\rangle_0 \equiv 0$, то уравнение /9/ совпадает с обычным уравнением спонтанного сверхизлучения /см. [4] /. Таким образом, в этом случае мы имеем два независимых процесса сверхизлучения для каждой из компонент.

Представление /8/ носит интуитивный характер и связано с так называемым нулевым приближением [4], справедливым при малых временах и слабой диполь-фотонной связи. Поэтому ниже мы построим более последовательную теорию сверхизлучения в двухкомпонентной системе с учетом корреляции между компонентами. Вернемся к уравнению /4/ и положим $\mathcal{O} = R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}$. Имеем

$$\frac{d}{dt}\langle R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}\rangle - \frac{i}{\hbar}\langle[H_M, R_+^{(\alpha)} R_-^{(\alpha)}]\rangle = \qquad /10/$$
$$= \sum_\mu 2\gamma^{(\mu\alpha)}\{\langle R_+^{(\mu)} R_3^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}\rangle - \sum_\nu 2\gamma^{(\beta\nu)}\langle R_+^{(\alpha)} R_3^{(\beta)} R_-^{(\nu)}\rangle.$$

Коммутатор, стоящий в левой части, в отсутствие взаимодействия имеет вид

$$[H_M , R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}] = R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)} \hbar\omega^{(\alpha)} - R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)} \hbar\omega^{(\beta)} .$$

Воспользуемся теперь расцеплением

$$<R_+^{(\mu)} R_-^{(\beta)} R_3^{(\alpha)}> \cong <R_+^{(\mu)} R_-^{(\beta)}><R_3^{(\alpha)}> .$$

Теперь, принимая во внимание выражение для оператора $R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}$ и решение уравнения для $<S^{(\alpha)}>$, получаем окончательно из /10/:

$$\frac{d}{dt} <R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}> = i\Delta\omega <R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}> -$$

$$- 2\{\gamma^{(\alpha\alpha)} <R_3^{(\alpha)}> + \gamma^{(\beta\beta)}<R_3^{(\beta)}>\}<R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}> - \qquad /11/$$

$$- 2\gamma^{(\alpha\beta)}\{N - C^{(\alpha)} - C^{(\beta)} - 2<R_3^{(\alpha)}><R_3^{(\beta)}> + <R_3^{(\alpha)}><R_3^{(\beta)}>(<R_3^{(\alpha)}> + <R_3^{(\beta)}>)\},$$

$$\alpha \neq \beta .$$

Второе уравнение, получаемое из /7/ при отсутствии взаимодействия, есть

$$\frac{d}{dt} <R_3^{(\alpha)}> = - 2\gamma^{(\alpha\alpha)} \{ \frac{N}{2} - C^{(\alpha)} - <R_3^{(\alpha)}> + <R_3^{(\alpha)}>^2 \} -$$

$$/12/$$

$$- \gamma^{(\alpha\beta)} <R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}>, \quad \alpha \neq \beta .$$

Уравнения /11/ и /12/ представляют собой замкнутую систему, исследование которой затруднено ввиду существенной нелинейности.

Представим уравнение /11/ в виде

$$\frac{d}{dt} Z = (-A + i\omega) Z - B , \qquad /13/$$

где

$$Z \equiv <R_+^{(\alpha)} R_-^{(\beta)}> \quad \text{и} \quad A \equiv 2\{\gamma^{(\alpha\alpha)} <R_3^{(\alpha)}> + \gamma^{(\beta\beta)}<R_3^{(\beta)}>\} ,$$

$$B \equiv 2\gamma^{(\alpha\beta)}\{N - C^{(\alpha)} - C^{(\beta)} - 2<R_3^{(\alpha)}><R_3^{(\beta)}> + <R_3^{(\alpha)}><R_3^{(\beta)}>(<R_3^{(\alpha)}> + <R_3^{(\beta)}>)\}.$$

Будем считать величины A и B медленно меняющимися со временем по сравнению с Z. В этом случае решение уравнения /13/ приближенно может быть представлено в виде

$$Z = -\frac{B(A+i\omega)}{A^2-(\Delta\omega)^2} + [Z_{t=0} + \frac{B(A+i\omega)}{A^2-(\Delta\omega)^2}]e^{-(A-i\Delta\omega)t}.$$

Как и выше, пренебрежем быстро осциллирующими членами и подставим это выражение в /12/. Имеем

$$\frac{d}{dt}<R_3^{(\alpha)}> = -2\gamma^{(\alpha\alpha)}\{\frac{N}{2} - C^{(\alpha)} - <R_3^{(\alpha)}> + <R_3^{(\alpha)}>^2\} + \qquad /14/$$

$$+ 2(\gamma^{(\alpha\beta)})^2 \frac{N-C^{(\alpha)}-C^{(\beta)}-2<R_3^{(\alpha)}><R_3^{(\beta)}>+<R_3^{(\alpha)}><R_3^{(\beta)}>(<R_3^{(\alpha)}>+<R_3^{(\beta)}>)}{2\gamma^{(\alpha\alpha)}<R_3^{(\alpha)}> + 2\gamma^{(\beta\beta)}<R_3^{(\beta)}> - i\Delta\omega}.$$

Заметим, что последний член в соотношении /14/ инвариантен относительно замены индексов $\alpha \rightleftarrows \beta$.

Получившаяся в результате сделанных выше упрощений система уравнений /14/ все еще является существенно нелинейной. Интересуясь лишь качественными результатами, сделаем дальнейшие упрощения, связанные с учетом главных по N членов в последнем слагаемом в /14/ и выполним вычисления на ЭВМ для заданных значений параметров системы. Результаты приведены на рис.1. Для сравнения на рис.2 изображены временные зависимости разности населенностей компонент в случае, когда корреляция между компонентами полностью отсутствует, т.е. в уравнениях /14/ не учитыва-

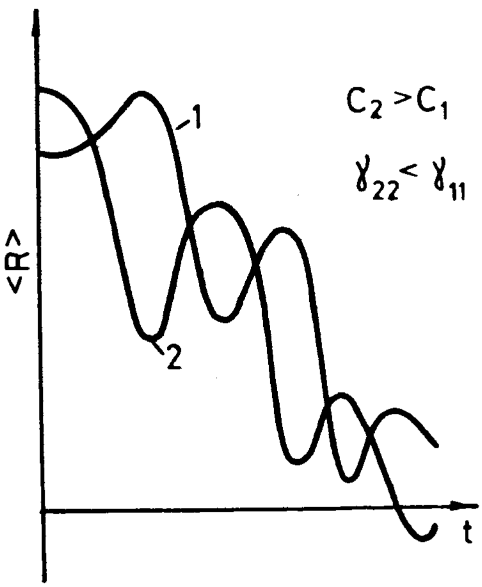

Рис.1

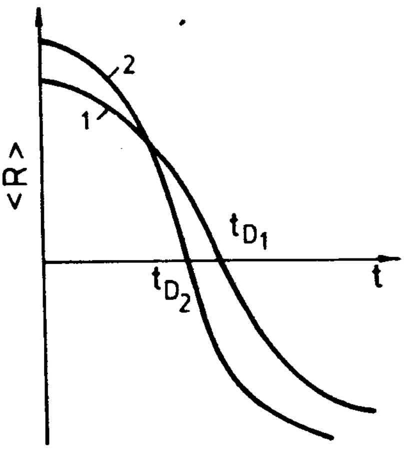

Рис.2

ется вклад последнего члена. Таким образом, даже в отсутствие прямого взаимодействия между компонентами в системе могут возникнуть колебания разности населенностей, обусловленные взаимодействием через общее поле излучения. В этом случае вместо одного сверхизлучательного пика интенсивность

$$I^{(a)}(t) = -\hbar\omega^{(a)} \frac{d}{dt} \langle R_3^{(a)} \rangle$$

может иметь несколько пиков, чередующихся с областями резонансного поглощения /рис.3/. Пунктир соответствует случаю однокомпонентной системы.

Рис.3

В заключение отметим, что полученная нами система уравнений /11/, /12/ позволяет описывать и другие интересные ситуации, например, когда в начальный момент времени одна из компонент полностью не возбуждена. Исследование других возможностей может служить предметом дальнейших исследований.

Проведенное рассмотрение свидетельствует о возможности наблюдения нового коллективного нелинейного эффекта - корреляции населенностей уровней в двухуровневой двухкомпонентной сверхизлучающей системе за счет взаимодействия с общим полем излучения. По-видимому, аналогичное явление должно наблюдаться и в трехуровневой системе с дипольно запрещенным переходом между верхним и промежуточным уровнями.

Литература

1. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ТМФ, 1982, 52, № 3, с.423.
2. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ТМФ, 1982, 53, № 1, с.254.
3. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ТМФ, 1984, 60, 3, с.108.

4. Bogolubov N.N., Jr., Fam Le Kien, Shumovsky A.S. Physica, 1984, 128A, p.273.
5. Кудрявцев И.К., Мелешко А.Н., Шумовский А.С. Квант. электроника, 1979, 6, с.2434.
6. Боголюбов Н.Н. /мл./, Плечко В.Н., Шумовский А.С. ЭЧАЯ, 1983, 14, с.1443.
7. Кудрявцев И.К., Мелешко А.Н., Шумовский А.С. Квант. электроника, 1979, 6, с.2573.

Рукопись поступила 6 января 1986 года.